



Vierpol-Wellenparameter

Hier lernen Sie, die Wellenparameter-Darstellung der Matrix eines symmetrischen Vierpols kennen - und schätzen!

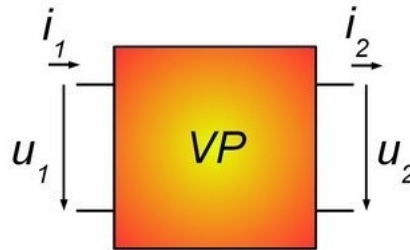
Die Kettenparametermatrix eines Vierpols ist

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Sie hat also vier freie Parameter. Die Spiegelsymmetrie halbiert die Anzahl der freien Parameter auf zwei, denn es gelten

$$A_{11} = A_{22} \quad \text{und} \quad A_{11}^2 - A_{12} \cdot A_{21} = 1,$$

das heißt, identische Diagonalelemente und eine Determinante mit dem Wert 1.



Fachbereich Elektrotechnik
oder Informatik
Elektroniklabor
Prof. Dr. Martin Poppe

Der zu einem symmetrischen Vierpol gehörige charakteristische Widerstand ist durch $Z_0 = \sqrt{A_{12}/A_{21}}$ gegeben. Diese Beziehung können wir benutzen, um die Determinantenbeziehung in eleganterer Form auszudrücken:

$$A_{11}^2 - Z_0^2 \cdot A_{21}^2 = 1$$

Dem mathematisch geübten Auge fällt die Ähnlichkeit mit den Hyperbelfunktionen auf, denn es gilt in der gesamten komplexen Ebene:

$$\cosh^2(g) - \sinh^2(g) = 1$$

Daher kann man (ohne irgend welche Annahmen über Anschlüsse etc. zu machen) auch schreiben: $A_{11} = A_{22} = \cosh(g)$ und $Z_0 A_{21} = A_{12}/Z_0 = \sinh(g)$.

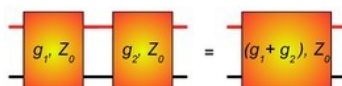
Die Kettenparametermatrix nimmt dann die folgende Form an:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(g) & Z_0 \cdot \sinh(g) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g) & \cosh(g) \end{pmatrix}$$

Die Vorteile dieser Darstellung sind:

1. Die Symmetriebeziehungen sind automatisch berücksichtigt, denn es gibt nur die zwei freien Parameter Z_0 und g .
2. Der Wellenwiderstand muss nicht erst ausgerechnet werden.
3. Die Berechnung der Hintereinanderschaltung mehrerer Vierpole mit gleichem Wellenwiderstand ist durch die Eigenschaften der Hyperbelfunktionen extrem erleichtert, denn es gilt:

$$\begin{pmatrix} \cosh(g_1) & Z_0 \cdot \sinh(g_1) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_1) & \cosh(g_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cosh(g_2) & Z_0 \cdot \sinh(g_2) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_2) & \cosh(g_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(g_1 + g_2) & Z_0 \cdot \sinh(g_1 + g_2) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_1 + g_2) & \cosh(g_1 + g_2) \end{pmatrix}$$



oder in Bildern:

Man kann also in der Wellenparameterdarstellung auf einen Matrizenmultiplikation verzichten, wenn man die Hintereinanderschaltung zweier Vierpole berechnet.